

Bub 2.5 Locality and separability¹

片桐奏羽²

2012/11/15 version2

¹量子力学輪講会の資料です。 http://page.mixi.jp/view_page.pl?page_id=127616

²so@katagiri.cc

0.0.1 決定的な仮定

ベルの定理の証明において決定的な仮定

- conditional statistical independence(条件付き統計独立)
 - 「Strong locality(強い局所性)あるいは「factorizability」(因子分解性)ともいう。

0.0.2 条件付き独立の仮定は二つの独立な条件に分解できる

1. Separability(分離性)
2. Locality(局所性)

0.0.3 セッティング

ベルの実験における相関実験において以下の確率の形を仮定する。

$$p^{AB}(a&b) = \int p_{\lambda}^{AB}(a&b)\rho(\lambda)d\lambda$$

$\rho(\lambda)$ M_L で A を測定した結果 $a(a_+ \text{ or } a_-)$ がでて、 M_R で B を測定した結果 $b(b_+ \text{ or } b_-)$ がでる結合確率

(joint probability) を与える共通原因 (common causal factor) あるいは隠れた変数の分布 (他の測定の測定に関しても同じ、例えば AB' , AB'' , $A'B$, $A'B'$, ..., etc.)

共通原因が可算か有限な集合の場合

$$p^{AB}(a&b) = \sum_i p^{AB}(a&b|\lambda_i)p(\lambda_i)$$

AB の意味 p^{AB} 「外見上の (surface)」あるいは観測された確率…量子論で予言できる確率

p_{λ}^{AB} 「隠れた (hidden)」あるいは共通原因の確率

における AB は M_L が A を設定し、 M_R が B を設定していることを示している¹。

この記法は結合確率では冗長な記述である (なぜなら結果である $a&b$ が AB 測定であったことを示している)。

しかし、それは marginal probabilities に対してはそうではない。実際、

$$p_{\lambda}^{AB}(a) \equiv P_{\lambda}^{AB}(a&b_+) + P_{\lambda}^{AB}(a&b_-)$$

¹surface と hidden の確率を用語上わけて用いたのは van Fraassen(1982)

$$p_{\lambda}^{AB}(a) \equiv P_{\lambda}^{AB}(a_{+}\&b) + P_{\lambda}^{AB}(a_{-}\&b)$$

となつて、 b が消えるが B は残る。

仮定しない事 ここで

$$p_{\lambda}^{AB}(a) = p_{\lambda}^{AB'}(a) = p_{\lambda}^{AB''}(a) = \dots$$

のように設定 B によらないような仮定をおかない。これらすべての確率がバラバラであつてすら良い。そして、これらの確率で $p_{\lambda}^A(a)(M_L^2$

での A の測定に対して a がでる確率、つまり M_L で B 等を測定しない時に等しくなるものがなくても良い。つまり何を測定しても測定しなくてもバラバラ。同様の注意が $p_{\lambda}^{AB}(b), p_{\lambda}^{A'B}(b), p_{\lambda}^{A''B}(b), etc, \dots$ にもいえる。

仮定 「外見上 (surface)」 確率が相関していると仮定する

$$p^{AB}(a\&b) \neq p^{AB}(a)p^{AB}(b)$$

などのように。

0.0.4 「隠れた (hidden)」 確率に対する二つの条件

1. 結果の独立性、Outcome independence(OI)

$$p_{\lambda}^{AB}(a|b) = p_{\lambda}^{AB}(a)$$

$$p_{\lambda}^{AB}(b|a) = p_{\lambda}^{AB}(b)$$

2. パラメータの独立性、Parameter independence(PI)

$$p_{\lambda}^{AB}(a) = p_{\lambda}^A(a)$$

$$p_{\lambda}^{AB}(b) = p_{\lambda}^B(b)$$

このような用語はまず Jarrett(1984) が条件付き統計独立を彼の用語での「完全性 (completeness)」と「局所性 (locality)」二つの条件に続いて、

Shimony(1984a,b) が導入した。同様な条件はそれより前に Suppes と Zangwill(1976)、そして van Fraassen(1982) によって導入されていた。

van Fraassen の「causality (因果性)」条件は OI と同じ定義であり、彼の「隠れた局所性 (hidden locality)」は PI と等価である。Jarrett の完全性と局所性条件は Shimony の条件の OI と PI に対応するが、Jarrett はあらわに条

²テキストでは M_R とあるが誤植?

件に隠れた変数を示した。つまり M_L と M_R のパラメータ設定に加えて M_L と M_R での causal factor に M_L と M_R の結果が確率的に依存する点を明確に示した。

これらは実質的に観測装置達の隠れた状態をラベリングした隠れた変数が存在している。それらはすでに以下で単純に「 M_L と M_R の二つに対する独立なランダム因子達」として単純に特徴付けていた。以下でこの点を取り上げる。

0.0.5 OI の意味

OI は M_L での観測の結果の λ 確率（「隠れた」もしくは共通原因の確率）が M_R でのどんな観測の結果にもよらないことを述べている。つまり、 λ は M_R の結果から M_L の結果を遮蔽している。同様に M_L の結果から M_R の結果を遮蔽している。

0.0.6 PI の意味

PI は M_L での任意の観測の結果の λ 確率が M_L で何を観測したかのみに依存し、 M_R で観測された観測量（パラメータ設定）によらないことを意味する。（同様に M_R についても）

0.0.7 両方の条件から

これらの条件の両方が満足されるなら、系 S_L と S_R は

- OI より 片方の系のどんな観測結果の確率も他方の系におけるどんな観測結果にも独立であるという意味で（与えられた λ において）独立
- PI より 片方の系のどんな観測結果の確率も他方の系で観測された観測量がなんであるかに独立であるという意味で（与えられた λ において）独立

よって λ は系 S_L と S_R についての「事の全部 (whole story)」である。 λ を特定することは S_L と S_R をそれらの系達の可能な観測に関して可能な限り完全に特徴づける。 λ の特定の値に対する M_L

の観測結果における任意の残っている分布は M_L と M_R での λ とは独立なランダム因子によることができるのみである。

0.0.8 OI と PI から条件付き統計独立性を出す

条件付き確率の定義より

$$p_{\lambda}^{AB}(a\&b) \equiv p_{\lambda}^{AB}(a|b)p_{\lambda}^{AB}(b)$$

OI より

$$p_{\lambda}^{AB}(a\&b) = p_{\lambda}^{AB}(a)p_{\lambda}^{AB}(b)$$

PI より

$$p_{\lambda}^{AB}(a\&b) = p_{\lambda}^A(a)p_{\lambda}^B(b)$$

両辺の A,B はもはや余分なので省略すると

$$p_{\lambda}(a\&b) = p_{\lambda}(a)p_{\lambda}(b)$$

0.0.9 条件付き統計独立性から PI を出す

条件付き統計独立性から

$$p_{\lambda}^{AB}(a\&b_{+}) = p_{\lambda}^A(a)p_{\lambda}^B(b_{+})$$

$$p_{\lambda}^{AB}(a\&b_{-}) = p_{\lambda}^A(a)p_{\lambda}^B(b_{-})$$

これらを足し合わせれば $p_{\lambda}^B(b_{+}) + p_{\lambda}^B(b_{-}) = 1$ より

$$p_{\lambda}^{AB}(a) = p_{\lambda}^A(a)$$

(注意 $p_{\lambda}^{AB}(a)$ はここでは S_R 系の B 測定に関して周辺確率 (marginal probability) として導いている。一方で $p_{\lambda}^A(a)$ は S_R で測定が行われないときの S_L での A 測定に対して結果 a が出る λ 確率を表している。)

0.0.10 条件付き統計独立性と PI から OI を出す

条件付き統計独立性から

$$p_{\lambda}^{AB}(a\&b) = p_{\lambda}^A(a)p_{\lambda}^B(b)$$

PI より

$$p_{\lambda}^{AB}(a) = p_{\lambda}^A(a)$$

$$p_{\lambda}^{AB}(b) = p_{\lambda}^B(b)$$

をあわせて

$$p_{\lambda}^{AB}(a\&b) = p_{\lambda}^{AB}(a)p_{\lambda}^{AB}(b)$$

条件確率の定義より

$$p_{\lambda}^{AB}(a\&b) \equiv p(a)_{\lambda}^{AB} p_{\lambda}^{AB}(b|a)$$

$$\equiv p_{\lambda}^{AB}(b)p_{\lambda}^{AB}(a|b)$$

なので、これを代入すれば OI の式

$$p_{\lambda}^{AB}(b|a) = p_{\lambda}^{AB}(b)$$

$$p_{\lambda}^{AB}(a|b) = p_{\lambda}^{AB}(a)$$

が出る。

0.0.11 OI の呼び名

Van Fraassen(1982) は OI に定義的に等価なものを 'causality' と呼んでいる。Howard はこの条件を 'factorizability(分離可能性)' として参照している (1989,p 231)。条件付き統計独立性は文献では通常 'factorizability' として参照されている。

0.0.12 条件付き独立性から PI,OI を導出の歴史

ここでみた条件付き独立性から PI,OI を導出するやりかたは Howard の分析 (1989,p231) に従った。条件付き独立性を separability と locality の異なる側面として捉える二つの独立な条件に分解したのは主に Jarrett(1984) の寄与であるが、すべての本質的な点はすでに、van Fraassen の反実在論的議論 (1982) に存在していて、そこでは共通原因が存在できないような統計相関を示す分離された系達を含む量子現象が存在していることが議論されている。

0.0.13 共通の立場として OI の方が破れていると見ている

条件付き統計独立の破れは、パラメータの独立性の破れではなく、結果の独立性の破れであるということが文献での共通の立場となっている。そうでなければ、遠く離れた系での我々のコントロールによって観測パラメータを操作することで測定結果の統計への影響する可能性が出てくるが、これは空間的超光速通信の源となることを許してしまい、特殊相対論と矛盾する。そのような瞬間的な通信は結果の独立性の破れからは起こらない。それは relevant な測定結果はただランダムにのみ拘束されており、我々のコントロールできない。(たとえ λ を決めたり λ の値を制限しても)。Shimony(1984a,1986) に、OI を外し、PI を保ち、量子力学と相対論の 'peaceful coexistence' を可能にした。そこでは PI の破れに寄る遠距離作用をさけるが OI の破れによる 'passion at a distance(遠距離感応)' はありうるとされた。

Jarrett(1984),Howard(1985,1989) 等も参照。

0.0.14 異議

この見解はすでに幾つかの人物によって疑問がなげかけられている。Maudlin(1994, 特に 4 章) はベルの不等式と相対論について非常に明確で徹底した議論を行った。Jones と Clifton(1993) は、locality の破れががなくとも、ある環境のもとで completeness(完全性) の破れが超光速通信を導くことを示した。

0.0.15 Jarret の元の形式との違い

Jarret の彼の completeness と locality 条件という元々の定式化(ここでは、彼は明らかに観測装置の隠れた状態を、共通原因 λ や観測装置によって観測される観測量と同じく説明している。)と OI,PI 条件には違いがある。Jones と Clifton は (λ のある値で、 M_L, M_R のあるパラメータ設定、 M_R のある隠れた状態に対する) M_L でのある特定の観測結果の確率は (一部分で) 装置 M_L の隠れた状態をパラメータで表した隠れた変数の値に依存することを示した (同様に M_R についても)。これは M_L の特定の観測結果の確率が M_R の観測結果を変えないような M_R の隠れた変数の変化に独立であると言っても良いかもしれない (M_R の…についても同様))。彼らは、前者の条件を「measurement contextualism」、後者の条件を「constrained locality」として Jarret の locality 条件と区別した。これらは一回の観測装置の測定での観測結果は離れた観測装置によって観測された観測量や離れた観測装置の隠れた状態によらないことを要求している。

「measurement contextualism」や「constrained locality」を仮定することで、 M_R の隠れた変数の操作は M_R の観測結果に確率的に影響を与え、ゆえに、もし completeness が破れていたら、 M_L での観測結果の確率に影響を与

える(逆に M_L の…でも)。Constrained locality は観測装置 M_R の隠れた状態をある M_R の結果にたいする確率的な「トリガー」として操作することは M_L の結果に対する因果的効果を持たない (M_L の結果と M_R の結果) ことを保証しており、完全性の破れを特徴付けるような、 M_R の結果と M_L の結果の間の因果的繋がり以外のあるルートによって、 M_R の結果を介してその効果をキャンセルする。

事実上、これらの環境のもとでの完全性の破れは、locality の破れを引き起こす(何故なら、一つの観測する装置における観測結果は離れた装置の隠れた変数の変化に確率的に依存するからである。)、そして、ゆえに、超光速通信の可能性が出てくる。

0.0.16 決定論で

決定論的宇宙においては、すべてのらむだ依存性は 0 か 1 である。Jarret の completeness condition(ゆえに OI) は自動的に満たされる。(なぜなら、条件付き確率が 0,1 となってそれは確率的に不変であるから、もしくは同じことだが、もし $p(a)$ 、 $p(b)$ も 0 か 1 なので $p(a\&b) = p(a)p(b)$ が成立する)

(非決定的宇宙において)

完全性もしくは OI が離れた系での観測結果の統計に対して成立することに関して)、パラメータ λ を固定することは、Jarrett の「完全性」の言葉通り、我々がその系を可能な限り完全に特徴づけることを意味し、この条件はゆえに Jarret の locality をアインシュタインの separability の確率的バージョンの仕事としての PI とを区別されることができる。

Jones と Clifton の議論から、これらの二つの条件は共に separability と locality の非決定的な宇宙における分離した系の統計相関にたいしての共通原因の考え(notion)に関連したことなる側面を捉えているようにみえる。

互いに離れた系におけるなんらの観測結果も(共通原因を通して)単に系の確率的な「being-thus」や測定された観測量、観測装置の局所的隠れた変数(これらは他の因果的関連要因を持たない)に依存しているという意味において、共通原因(があったとして)についてのみ、我々は二つの系は分離しているとみなす権利が与えられる。いいかえれば、共通原因が与えられると、それぞれの系は他の系を参照する事なく、 M_L と M_R という観測装置を別々にその property を明らかにする。

0.0.17 実験

実験が実際に量子現象における統計相関の共通原因を排除するかどうか、実験的に count であるかどうかは Clauser-Horne 不等式における確率の測定

として捉えられ、これは当然ながら、どのように観測装置が働くかについての特定の仮定に依存している。

ほとんどの物理学者が Aspect et al. の実験 (1981,1982a,b) の「局所的隠れた変数」もしくは共通原因の排除という結果を採用しているが、重要な少数意見的な見方もある。その問いは未だ開かれたままである。Bell 不等式の様々なバージョンのテストとしてデザインされた実験群についてのレビューとして Ballentine(1987) を見よ。そして、様々な実験的な結果が何を示し、何を示していないのかについての詳細な批判的分析として Home と Selleri(1991) を見よ。